

# Probabilités

## Connaissances du collège nécessaires à ce chapitre

► Calculer et utiliser des fréquences

► Calculer et utiliser des pourcentages



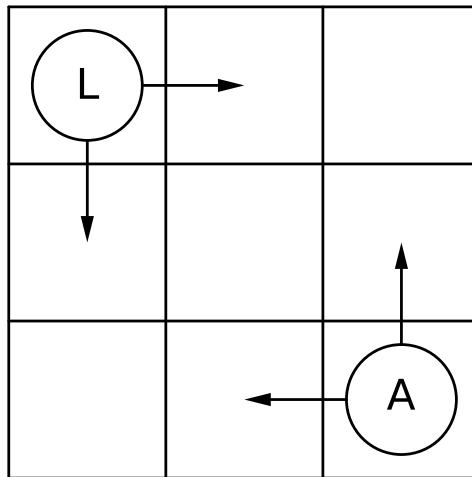
## ACTIVITÉ 1 Le loup et l'agneau

Un agneau (A) et un loup (L) sont placés à deux angles opposés d'un quadrillage. En commençant par l'agneau, ils avancent à tour de rôle d'une case en suivant les flèches (vers la gauche ou vers le haut pour l'agneau, vers la droite ou vers le bas pour le loup). Pour décider de la direction à prendre, on joue à pile ou face :

- l'agneau avance d'une case vers la gauche si la pièce indique pile, et d'une case vers le haut si la pièce indique face.
- le loup avance d'une case vers la droite si la pièce indique pile, et d'une case vers le bas si la pièce indique face.

Si le loup et l'agneau arrivent dans la même case, le loup capture l'agneau.

**Remarque :** le jeu s'arrête dès que chacun a fait deux pas.



activité extraite du Bulletin Vert de l'APMEP – numéro 515 – novembre/décembre 2015



## 1. Vocabulaire des événements

### ■ DÉFINITION : Expérience aléatoire

Une **expérience aléatoire** est une expérience dont on connaît parfaitement les conditions de déroulement et dont les résultats possibles sont connus sans qu'on puisse déterminer lequel sera réalisé.

**Exemple** Le jeu de l'activité « Le loup et l'agneau » est une expérience aléatoire. On connaît parfaitement ses conditions de déroulement mais ...

### ■ DÉFINITION : Univers

L'**univers d'une expérience aléatoire** est l'ensemble des issues possibles appelées également **éventualités**. On le note  $\Omega$ .

#### Exemple

Quels sont les univers des expériences aléatoires suivantes ?

- 1)  $E_1$  : Lancer un dé à six faces.
- 2)  $E_2$  : Lancer une pièce de monnaie.
- 3)  $E_3$  : Naissance (genre).
- 4)  $E_4$  : Jouer au jeu « Le loup et l'agneau »

#### Correction

### ■ DÉFINITION : Événement

Un **événement** est un sous-ensemble (une partie) de l'univers. Il peut toujours se décrire à l'aide d'issues.

**REMARQUE** : Un sous-ens. qui ne contient qu'un élément est appelé événement élémentaire.

#### Exemple

Prenons l'expérience aléatoire  $E_1$ . Pour chacun des événements suivants, précisez les événements élémentaires qui les composent :

- 1)  $A$  = « Obtenir un nombre impair »
- 2)  $B$  = « Obtenir un nombre pair »
- 3)  $C$  = « Obtenir un multiple de 3 »

#### Correction

### ■ DÉFINITION : Événements incompatibles

Deux événements n'ayant aucun élément en commun sont dits **incompatibles** (ou **disjoints**).

#### Exemple

$A$  = « J'obtiens un nombre pair » et  $B$  = « J'obtiens un nombre impair » sont incompatibles.



## ■ DÉFINITION : Événement contraire

Si  $A$  est un événement, on note  $\bar{A}$  l'**événement contraire** de  $A$  formé de tous les éléments de  $\Omega$  qui n'appartiennent pas à  $A$ .

■ **Exemple** Si  $A = \{3\}$  alors  $\bar{A} = \{ \dots \}$

## ■ DÉFINITION : Intersection d'événements « $A$ et $B$ »

Si  $A$  et  $B$  sont deux événements,

L'**intersection** de  $A$  et de  $B$  est l'ensemble des issues qui réalisent à la fois  $A$  et  $B$ .

On le note  $A \cap B$  (se lit «  $A$  i nter  $B$  »).

## ■ DÉFINITION : Union d'événements « $A$ ou $B$ »

Si  $A$  et  $B$  sont deux événements,

L'**union** de  $A$  et de  $B$  est l'ensemble des issues qui réalisent  $A$  **ou**  $B$  (ou les deux à la fois).

On le note  $A \cup B$  (se lit «  $A$  Union  $B$  »).

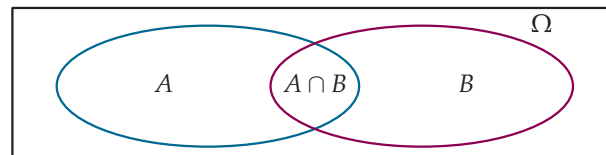
### ■ Exemple

Pour  $E_1$ , décrire les événements suivants.

- $A$  : « Faire un nombre pair ».
- $B$  : « Faire un multiple de 3 ».
- $A \cup B$
- $A \cap B$

### ■ Correction

**REMARQUE :** Le **diagramme de Venn** permet de représenter les différents événements.





**1** Pour les expériences aléatoires suivantes, déterminer à chaque fois l'univers de l'expérience.

- On écrit au hasard un nombre à deux chiffres, en choisissant ces chiffres dans l'ensemble  $\{3;5;7\}$
- On lance un dé dont une face porte un 5, deux faces 3 et trois faces 1.
- Dans un tiroir, on a placé 2 paires de chaussettes rouges (R), et 3 paires de chaussettes bleues (B). Dans l'obscurité, on choisit au hasard deux paires de chaussettes.
- Dans un tiroir, on a placé 2 paires de chaussettes rouges (R), 1 paire de chaussettes jaunes (J) et 3 paires de chaussettes bleues (B). Dans l'obscurité, on choisit au hasard trois paires de chaussettes.

**2** On met quinze jetons numérotés de 1 à 15 dans un sac et on tire au hasard un seul jeton. On considère les événements suivants :

- $A =$  « le jeton tiré porte un nombre pair »
  - $B =$  « le jeton tiré porte un nombre multiple de 3 »
- Écrire sous forme d'ensembles, les événements suivants  $A; B; \bar{A}; \bar{B}; A \cap B; A \cup B; \bar{A} \cap \bar{B}; \bar{A} \cup \bar{B}; \overline{A \cap B}; \overline{A \cup B}$ .

**3** Pour chacune des expériences aléatoires suivantes, on demande de citer :

- un événement élémentaire
- un événement comportant plusieurs éventualités

1) On choisit au hasard deux stylos parmi 4 stylos de couleur rouge, verte, noire et bleue.

2) On tape successivement sur deux touches de chiffres d'une calculatrice, et on note le nombre ainsi obtenu.

3) Dans une urne, il y a 2 boules vertes et 3 boules rouges. On tire 3 boules, sans remise.

4) Dans une urne, il y a 2 boules vertes et 3 boules rouges. On tire 3 boules, avec remise de la boule tirée après chaque tirage.

**4** On considère un jeu de 32 cartes. On tire au hasard une carte parmi les 32. On appelle :

- $T$  l'événement « Tirer un trèfle »
- $C$  l'événement « Tirer un cœur »
- $A$  l'événement « Tirer une tête »
- $K$  l'événement « Tirer un carreau »
- $P$  l'événement « Tirer un pique »
- $B$  l'événement « Tirer un roi »

1) Quelles sont les éventualités de  $B$ ? et de  $A$ ?

2) a)  $T \cap B$  est l'événement «  $T$  et  $B$  ». Le traduire par une phrase.

b) Traduire par une phrase l'événement  $K \cap A$ .

3) a)  $T \cup B$  est l'événement «  $T$  ou  $B$  ». Le traduire par une phrase.

b) Traduire par une phrase l'événement  $C \cup P$ .

4) Traduire, en utilisant des intersections ( $\cap$ ) ou unions ( $\cup$ ) les événements suivants :

- La carte tirée est un carreau ;
- La carte tirée est le roi de pique ;
- La carte tirée est une tête à cœur.

5) Traduire par une phrase les événements suivants

- a)  $\bar{A}$                       b)  $\bar{K}$                       c)  $\bar{B} \cap C$                       d)  $\bar{A} \cap K$                       e)  $\bar{T} \cap \bar{C}$

6) À l'aide des événements  $A, B, T, K, C$  et  $P$ , exprimer mathématiquement les événements suivants :

- La carte tirée n'est pas un roi ;
- La carte tirée n'est pas un pique ;
- La carte tirée est un roi différent du roi de pique ;
- La carte tirée n'est ni un pique, ni un roi.