La présentation et la rédaction seront notées sur un point.

Exercice 1 *4 points*

Soit $f : x \mapsto -3x^2 + 2x - 1$

1) Déterminez les images de -1 ; $\dfrac{4}{3}$ et $\sqrt{3}$ par f.
2) Déterminez les antécédents de -1 par f.
3) Les points $A\,(0{,}5\ ;\ 0{,}7)$ et $B\,(\sqrt{3}\ ;\ -10+2\sqrt{3})$ appartiennent-ils à $\mathcal{C}_f$? **Justifiez.**

Exercice 2 *5 points*

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.
1) $(x-4)(x+7) = 0$
2) $-x(5-4x) = 0$
3) $8x^2 + 2x - 15 = -15$
4) $(-15x+3)(3x+9) = 27$

Exercice 3 *3 points*

On considère la série suivante :

	29	30	31	32	33
Effectif	5	1	1	2	2

1) **Calculez** la moyenne de la série.
2) **Identifiez** la médiane de la série en justifiant.
3) **Identifiez** Q_1 et Q_3 en justifiant.

Exercice 4 *6 points*

On étudie dans un immeuble la superficie (en m²) des logements. Voici le tableau d'effectifs obtenu.

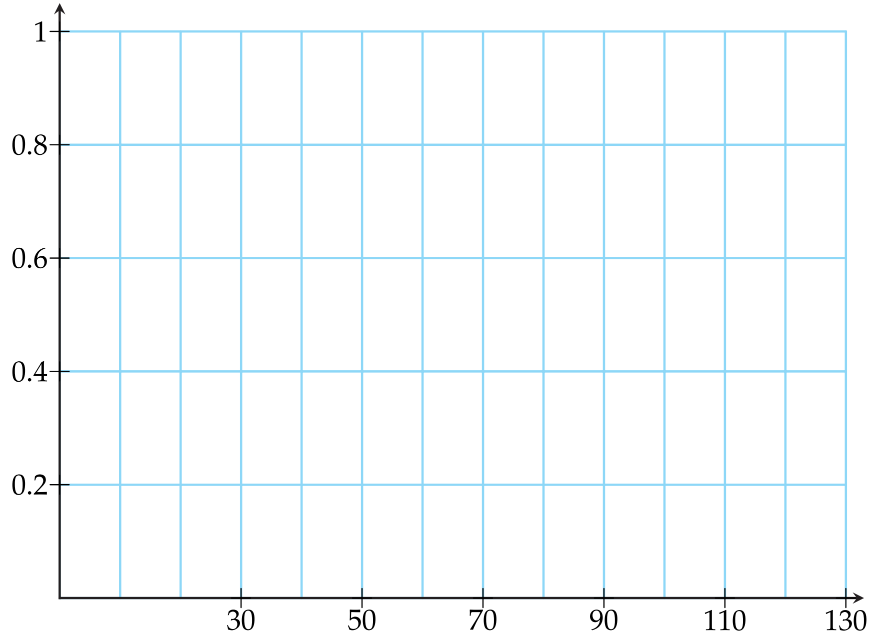
Surface	[0 ;30[	[30 ;50[	[50 ;70[	[70 ;90[	[90 ;110[	[110 ;130]
Effectif	1	5	12	18	10	4

1) Calculez la fréquence de logements dont la superficie est comprise entre 50 et 70 m².

2) Complétez le tableau des fréquences et des fréquences cumulées croissantes avec des valeurs décimales exactes.

Surface	[0 ;30[	[30 ;50[	[50 ;70[	[70 ;90[	[90 ;110[	[110 ;130]
Fréq.						
FCC						

3) Tracez le polygone des fréquences cumulées croissantes.



4) Déterminez les quartiles Q_1 et Q_3 et la médiane *Med* de cette série (laissez apparents les tracés nécessaires à la lecture de ces résultats).
5) Faites une phrase expliquant ce que représente le troisième quartile Q_3 sans utiliser le mot « quartile » ni « Q_3 ».
6) Déterminez la moyenne de la série.

↪ exercices suivants au dos

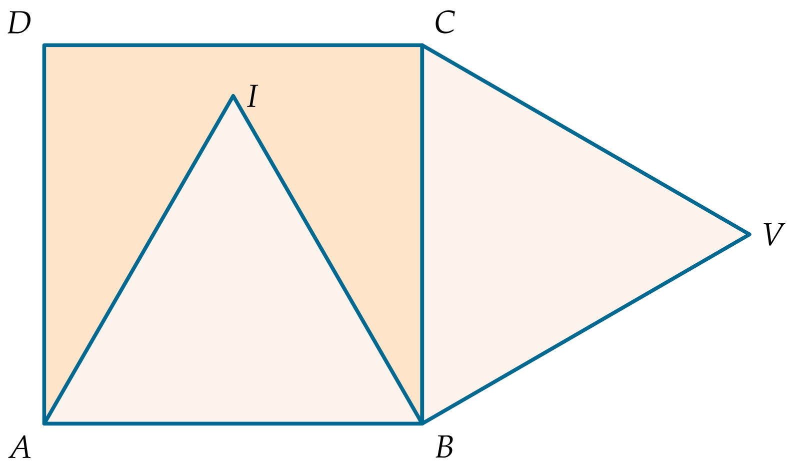
Exercice 5 *2 points*

Dans un repère, on considère les points A et B de coordonnées respectives $(3;-4)$ et $(-1;2)$.

Quelles sont les coordonnées de C tel que $\overrightarrow{AB} = -5\overrightarrow{AC}$?

Exercice 6 *4 points*

Sur la figure ci-dessous, on considère le carré $ABCD$ de côté 5 cm et les triangles équilatéraux ABI et BCV.



On se place dans le repère $(A;B;D)$.

1) Calculer les coordonnées des points I et V.

2) Démontrer que les points D, I et V sont alignés.

Fin

Exercice 1

1) $f(-1) = -6$, $f\left(\dfrac{4}{3}\right) = -\dfrac{11}{3}$ et $f\left(\sqrt{3}\right) = -10 + 2\sqrt{3}$

2) Les antécédents de -1 par f sont 0 et $\dfrac{2}{3}$.

3) $f(0{,}5) = -0{,}75 \neq 0{,}7 \Rightarrow A\,(0{,}5\,;\,0{,}7) \notin \mathcal{C}_f$ et
$f(\sqrt{3}) = -10 + 2\sqrt{3} \Rightarrow B\,(\sqrt{3}\,;\,-10 + 2\sqrt{3}) \in \mathcal{C}_f$.

Exercice 2

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.

1) $(x-4)(x+7) = 0$
2) $-x(5-4x) = 0$
3) $8x^2 + 2x - 15 = -15$
4) $(-15x+3)(3x+9) = 27$

Solutions dans $\mathbb{R}$:
1) $S = \{-7; 4\}$
2) $S = \left\{0; \dfrac{5}{4}\right\}$
3) $S = \left\{0; -\dfrac{1}{4}\right\}$
4) $S = \left\{0; -\dfrac{14}{5}\right\}$

Exercice 3

1) $\overline{x} = \frac{29\times5+30+31+32\times2+33\times2}{11} = \dfrac{336}{11} \approx 30{,}54$ à 10^{-2} près.

2) L'effectif total de la série est de 11. 11 est impair. $\dfrac{11}{2} = 5{,}5$. C'est la 6^{ieme} valeur de la série qui la sépare en deux séries de même effectif. La 6^{ieme} valeur est 30. Donc $Med = 30$.

3) $11 \times \dfrac{1}{4} = 2{,}75$, Q_1 est la 3^{ieme} valeur de la série. $Q_1 = 29$.

$11 \times \dfrac{3}{4} = 8{,}25$, Q_3 est la 9^{ieme} valeur de la série. $Q_3 = 32$.

Exercice 4

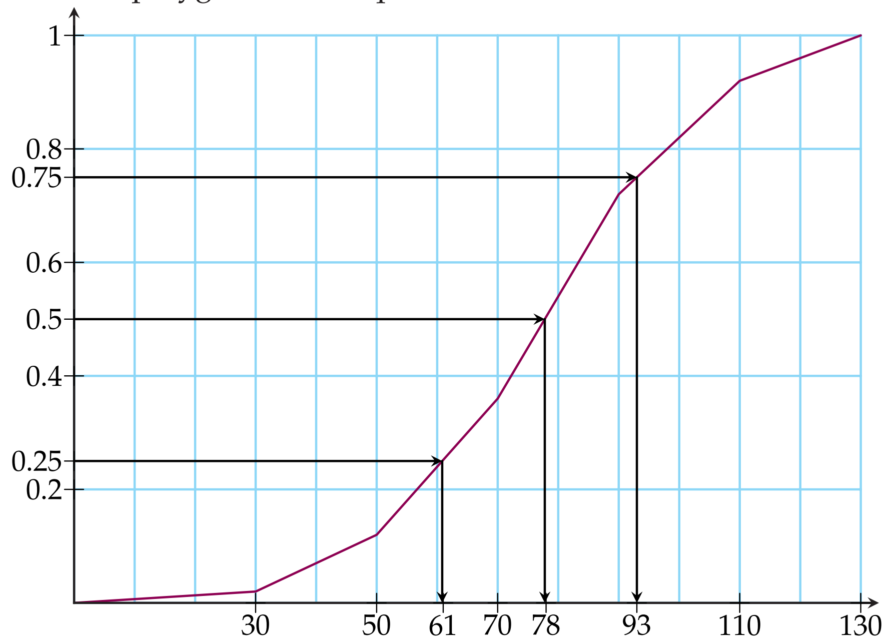
Surface	[0 ;30[	[30 ;50[	[50 ;70[	[70 ;90[	[90 ;110[	[110 ;130]
Effectif	1	5	12	18	10	4

1) $\dfrac{12}{50} = 0{,}24$. La fréquence de logements dont la superficie est comprise entre 50 et 70 m² est de 0,24 soit 24 %

2) Complétez le tableau des fréquences et des fréquences cumulées croissantes avec des **valeurs décimales exactes**.

Surface	[0 ;30[	[30 ;50[	[50 ;70[	[70 ;90[	[90 ;110[	[110 ;130]
Fréq.	0,02	0,1	0,24	0,36	0,2	0,08
FCC	0,02	0,12	0,36	0,72	0,92	1

3) Tracez le polygone des fréquences cumulées croissantes.



4) Graphiquement, on lit $Q_1 = 61\,\text{m}^2$ et $Q_3 = 93\,\text{m}^2$ et la médiane $Med = 78\,\text{m}^2$.

5) 75 % des logements ont une surface inférieure ou égale à $93\,\text{m}^2$.

6) $\overline{x} = \frac{15+40\times5+60\times12+80\times18+100\times10+120\times4}{50} = \dfrac{3855}{50} = 77{,}1\,\text{m}^2$.

Exercice 5

On cherche les coordonnées $(x_C;y_C)$ du point C tel que $\overrightarrow{AB}=-5\overrightarrow{AC}$.
Donc le couple $(x_C;y_C)$ est solution du système :

$$\begin{cases} x_B-x_A=-5\times(x_C-x_A) \\ y_B-y_A=-5\times(y_C-y_A)\end{cases}$$

on remplace $$\begin{cases} -1-3=-5\times(x_C-3) \\ 2-(-4)=-5\times(y_C-(-4))\end{cases}$$

$$\begin{cases} -4=-5\times(x_C-3) \\ 6=-5\times(y_C+4)\end{cases}$$

on isole x_C et y_C $$\begin{cases} \frac{-4}{-5}=x_C-3 \\ \frac{6}{-5}=y_C+4\end{cases}$$

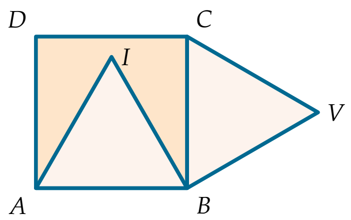
$$\begin{cases} 0{,}8=x_C-3 \\ -1{,}2=y_C+4\end{cases}$$

$$\begin{cases} 3{,}8=x_C \\ -5{,}2=y_C\end{cases}$$

Les coordonnées du point C sont $(3{,}8;-5{,}2)$.

Exercice 6

Sur la figure ci-dessous, on considère le carré $ABCD$ de côté 5 cm et les triangles équilatéraux ABI et BCV.



On se place dans le repère $(A;B;D)$.[1]

1) $D\,(0\,;\,1)$, $I\left(0{,}5\,;\,\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$ et $V\left(1+\dfrac{\sqrt{3}}{2}\,;\,0{,}5\right)$

2)
- Pour démontrer que les points D, I et V sont alignés, on va commencer par démontrer que les vecteurs $\overrightarrow{DI}$ et $\overrightarrow{DV}$ sont colinéaires. Il faut pour cela calculer les coordonnées de ces deux vecteurs.
- $\overrightarrow{DI}\begin{pmatrix} 0{,}5 \\ \dfrac{\sqrt{3}}{2}-1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{DV}\begin{pmatrix} 1+\dfrac{\sqrt{3}}{2} \\ -0{,}5\end{pmatrix}$
- On calcule les produits en croix :
  $0{,}5\times(-0{,}5)=-0{,}25$

  $$\left(\frac{\sqrt{3}}{2}-1\right)\times\left(1+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{3}{4}-1-\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3}{4}-1=-\frac{1}{4}=-0{,}25$$

  Les produits en croix sont égaux donc les vecteurs $\overrightarrow{DI}$ et $\overrightarrow{DV}$ sont colinéaires.
- On utilise la propriété « Trois points A, B et C sont **alignés** si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires. » avec les points D, I et V :

  Trois points D, I et V sont **alignés** si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{DI}$ et $\overrightarrow{DV}$ sont colinéaires.

$$\boxed{\text{Les vecteurs } \overrightarrow{DI} \text{ et } \overrightarrow{DV} \text{ sont colinéaires donc les points } D,\ I \text{ et } V \text{ sont alignés.}}$$

1. on peut facilement montrer que le repère $(A;B;D)$ est orthonormé ($ABCD$ est un carré). Il est nécessaire d'avoir un repère orthonormé pour justifier que l'on a le droit d'utiliser le théorème de Pythagore. Il permet ici d'obtenir la hauteur d'un triangle équilatéral que l'on utilise pour déterminer les coordonnées des points I et V.