La présentation et la rédaction seront notées sur un point.

Exercice 1 *3 points*

Soit $f : x \mapsto 2x - \dfrac{1}{3}$

1) Déterminez l'image de 1 par f.

2) Les points $A\,(0{,}5\ ;\ 0{,}66)$ et $B\left(\dfrac{1}{3}\ ;\ \dfrac{1}{3}\right)$ appartiennent-ils à $\mathcal{C}_f$? **Justifiez.**

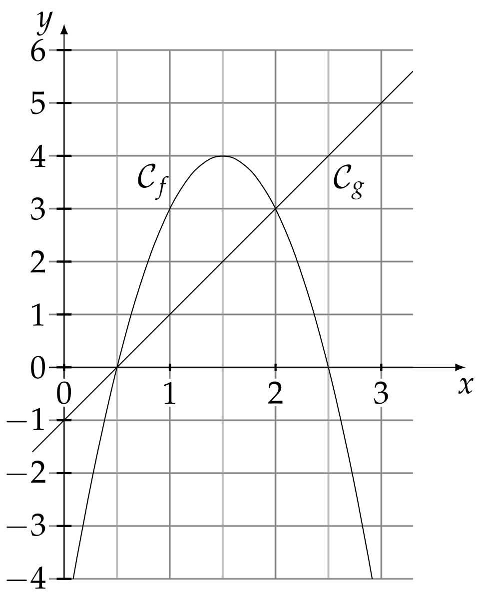
Exercice 2 *4 points*

Soit $g : x \mapsto 3x^2 + 2x - 1$

1) Déterminez les images de -1, $\dfrac{2}{3}$ et $\sqrt{2}$ par g.

2) Déterminez les antécédents de -1 par g.

Exercice 3 *5 points*



Résoudre

1) $g(x) = 2$

2) $f(x) \geqslant 3$

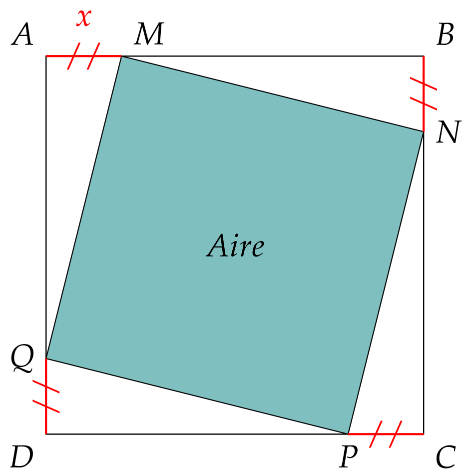
3) $g(x) = f(x)$

4) $g(x) < f(x)$

5) $-2 < f(x) \leqslant 3$

Exercice 4 *5 points*

$ABCD$ est un carré de côté 5 cm. On place M sur $[AB]$.
On place ensuite N sur $[BC]$, P sur $[CD]$ et Q sur $[DA]$ tels que :
$AM = BN = CP = DQ$
On pose x la longueur AM.



1) Montrez que l'aire verte peut s'exprimer $2x^2 - 10x + 25$.

Pour la suite, notons a la fonction suivante

$$a : x \mapsto 2x^2 - 10x + 25$$

2) La fonction a ainsi obtenue représente l'aire verte en fonction de x.
Justifiez pourquoi l'ensemble de définition de cette fonction est $[0;5]$.

3) L'aire du quadrilatère vert peut-elle être égale à $20\,\text{cm}^2$? Justifiez.

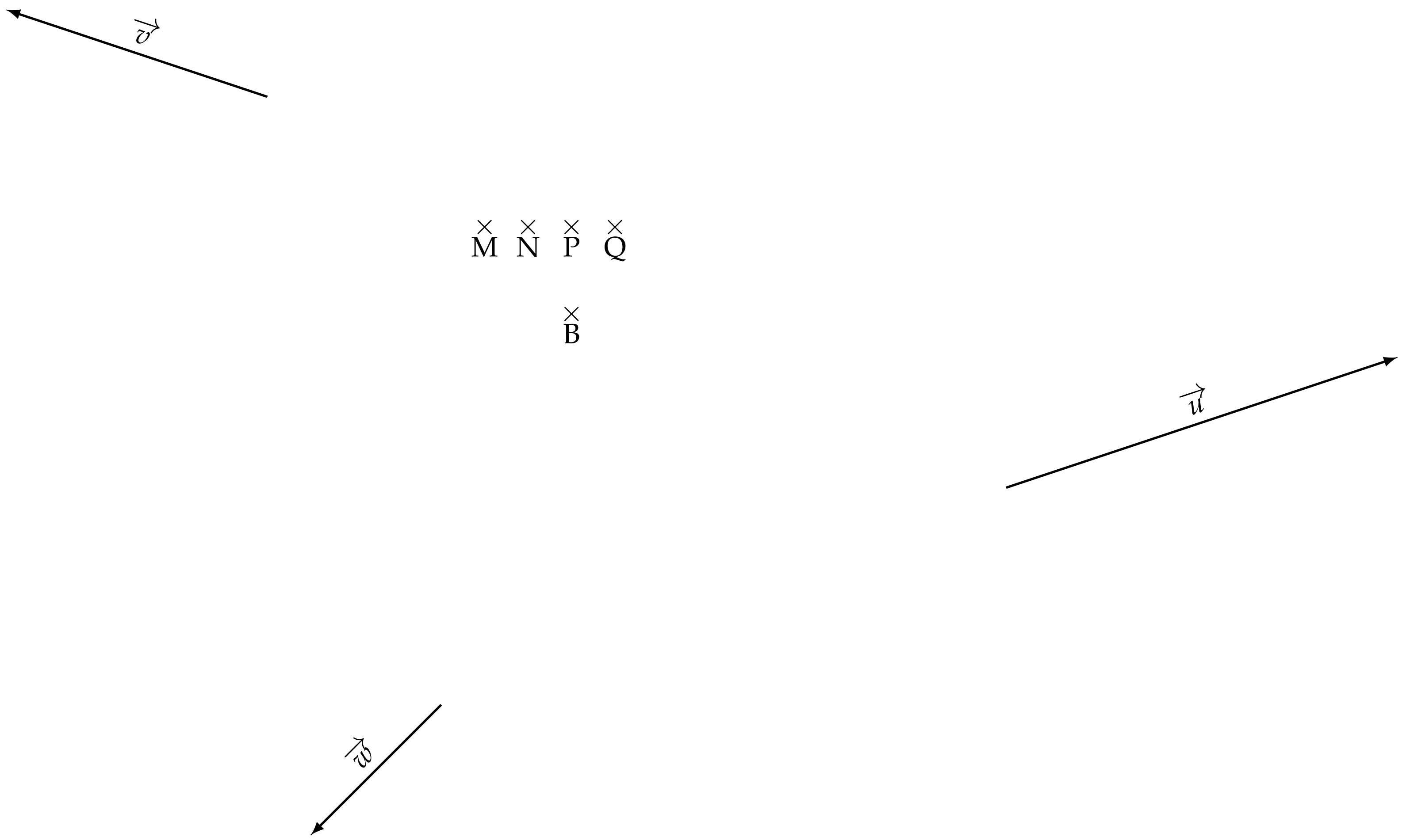
4) Pour quelle(s) position(s) du point M l'aire est-elle égale à $12{,}625\,\text{cm}^2$?

↪ exercice suivant au dos

Exercice 5 *3 points*

constructions à réaliser sur le sujet !

1) Identifiez l'image du point B par la translation de vecteur $\overrightarrow{z} = \overrightarrow{u} + \overrightarrow{v} + \overrightarrow{w}$.
Vous laisserez les constructions apparentes.



La présentation et la rédaction seront notées sur un point.

Exercice 1 *3 points*

Soit $f : x \mapsto 2x - \dfrac{1}{3}$

1) L'image de 1 par f est $\dfrac{5}{3}$.

2) a) $f(0{,}5) = \dfrac{2}{3} \approx 0{,}6667 \neq 0{,}66 \Rightarrow A\left(0{,}5\ ;\ 0{,}66\right) \notin \mathcal{C}_f$.

b) $f\left(\dfrac{1}{3}\right) = \dfrac{1}{3} \Rightarrow B\left(\dfrac{1}{3}\ ;\ \dfrac{1}{3}\right) \in \mathcal{C}_f$.

Exercice 2 *4 points*

Soit $g : x \mapsto 3x^2 + 2x - 1$

1) a) $g(-1) = 0$

b) $g\left(\dfrac{2}{3}\right) = \dfrac{5}{3}$

c) $g\left(\sqrt{2}\right) = 5 + 2\sqrt{2}$

2) Les antécédents de -1 par g sont 0 et $-\dfrac{2}{3}$.

Exercice 3 *5 points*

1) $x = 1{,}5$
2) $x \in [1;2]$
3) $x = 0{,}5$ et $x = 2$. On peut aussi écrire $x \in \{0{,}5;2\}$
4) $x \in]0{,}5;2[$
5) $x \in]0{,}25;1] \cup [2;2{,}75[$

Exercice 4 *5 points*

1)
- L'aire verte peut être calculée en soustrayant les aires des 4 triangles AMQ, BNM, CPN et DQP (qui sont toutes les quatre identiques) à celle du carré $ABCD$.
- $Aire_{ABCD} = 5 \times 5 = 25$ et $Aire_{triangle} = \dfrac{x \times (5-x)}{2}$

$$\begin{aligned} Aire_{verte} &= Aire_{ABCD} - 4 \times Aire_{triangle} \\ &= 25 - 2x(5-x) \\ &= 2x^2 - 10x + 25 \end{aligned}$$

2) x est la longueur AM et $M \in [AB]$ donc $AM < AB$ et $AB = 5$.
AM est une longueur et ne peut donc être négative donc $x > 0$.
L'ensemble de définition de cette fonction est donc $[0;5]$.

3) L'aire du quadrilatère vert peut être égale à $20\,\text{cm}^2$. Les valeurs de x pour lesquelles l'aire est égale à 20 sont $x = \dfrac{5-\sqrt{15}}{2}$ et $x = \dfrac{5+\sqrt{15}}{2}$.
À ce stade de l'année, on ne pouvait pas obtenir la valeur exacte mais il était possible d'avoir une valeur approchée à l'aide d'un tableau de valeurs ou d'un tracé de la courbe représentative de la fonction a.

4) L'aire verte est-elle égale à $12{,}625\,\text{cm}^2$ pour $x = 2{,}25$ et $x = 2{,}75$.

↪ exercice suivant au dos

Exercice 5 *3 points*

constructions à réaliser sur le sujet !

1) Identifiez l'image du point B par la translation de vecteur $\overrightarrow{z} = \overrightarrow{u} + \overrightarrow{v} + \overrightarrow{w}$.

Vous laisserez les constructions apparentes.